Тема: Системы счисления. Двоичная арифметика.

Содержание

ПОЧЕМУ ЛЮДИ ПОЛЬЗУЮТСЯ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМОЙ, А КОМПЬЮТЕРЫ — ДВОИЧНОЙ? 2

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ 3

ПОЗИЦИОННЫЕ И НЕПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ 3

ПЕРЕВОД ЦЕЛОГО ЧИСЛА ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ЛЮБУЮ ДРУГУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ 4

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ЛЮБОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДЕСЯТИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ 4

СВОДНАЯ ТАБЛИЦА ПЕРЕВОДОВ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ 5

ДОПОЛНИТЕЛЬНО 6

ДВОИЧНАЯ АРИФМЕТИКА 7

СЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ 7

ВЫЧИТАНИЕ ЧИСЕЛ В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ 7

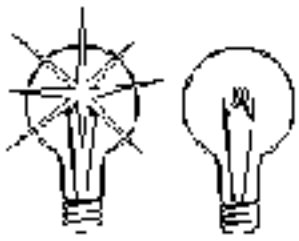
УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ 8

ДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ 8

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ 9

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА: 9

Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?



Люди предпочитают десятичную систему, вероятно, потому, что с древних времен считали по пальцам, а пальцев у людей по десять на руках и ногах. Не всегда и не везде люди пользуются десятичной системой счисления. В Китае, например, долгое время пользовались пятеричной системой счисления.

А компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

- для ее реализации нужны **технические устройства с двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной;
- представление информации посредством только двух состояний **надежно** и **помехоустойчиво**;
- возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — **быстрый рост числа разрядов**, необходимых для записи чисел.

10 - я	2 - я	8 - я	16 - я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Из всех систем счисления **особенно проста** и поэтому **интересна для технической реализации в компьютерах двоичная система счисления**.

Система счисления

Система счисления - это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных символов (цифр).

Позиционные и непозиционные системы счисления

В ***непозиционных системах счисления*** вес цифры (то есть тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа. Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

В ***позиционных системах счисления*** вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

Например, в числе 357,6 первый символ 3 означает 3 сотни; второй символ 5 означает 5 десятков, третий символ 7 означает 7 единиц, а четвертый символ 6 означает 6 десятых долей единицы.

Любая позиционная система счисления характеризуется своим основанием.

Основание позиционной системы счисления - это количество различных символов, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

В настоящее время, кроме хорошо известной нам десятичной системы счисления в вычислительной технике используются двоичная, восьмеричная, и шестнадцатеричная системы счисления. Все применяемые в настоящее время системы счисления позиционные.

В десятичной системе счисления для изображения чисел используются 10 символов:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Поэтому основанием десятичной системы счисления является число 10.

В двоичной системе счисления для изображения чисел используется 2 символа:

0, 1.
Поэтому основанием двоичной системы счисления является число 2.

В восьмеричной системе счисления для изображения чисел используются 8 символов:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
Поэтому основанием восьмеричной системы счисления является число 8.

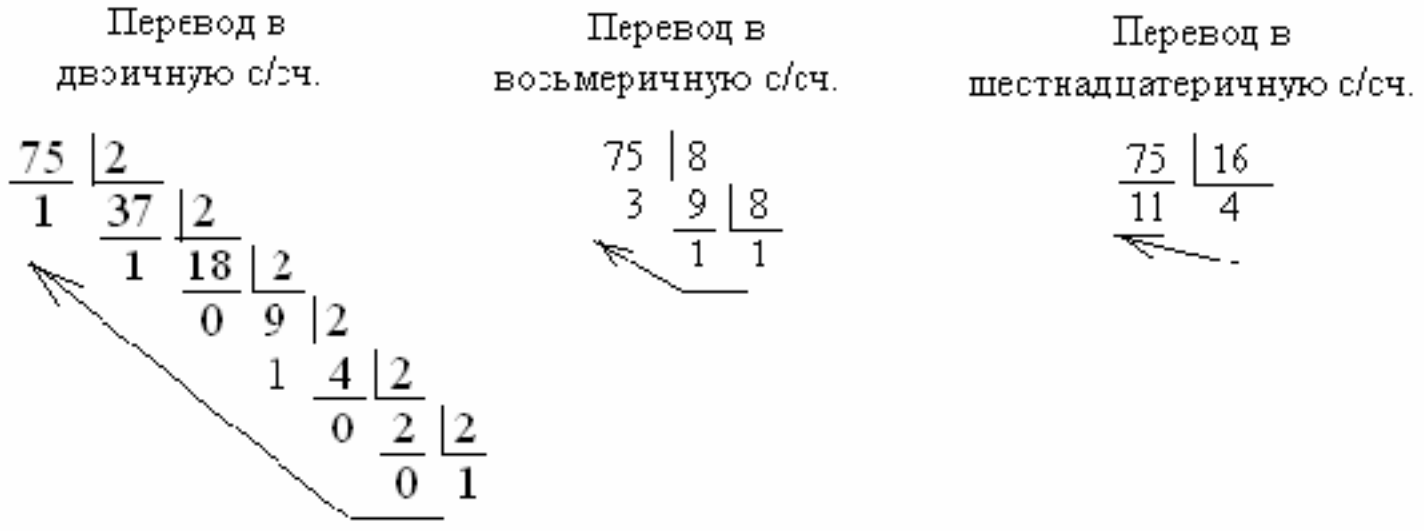
В шестнадцатеричной системе счисления для изображения чисел используются 16 символов:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, где:
A = 10; B = 11; C = 12; D = 13; E = 14; F = 15.
Поэтому основанием шестнадцатеричной системы счисления является число 16.

Перевод целого числа из десятичной системы счисления в любую другую систему счисления

При переводе целого числа из десятичной системы счисления в любую другую систему счисления, нужно это число последовательно делить на основание новой системы счисления так, чтобы в остатках от деления были только символы новой системы счисления. Число в новой системе счисления записывается как последовательность остатков от деления, записанных в обратном порядке, начиная с частного.

Например, переведём число 75 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления:



Таким образом, число $75_{10} = 1001011_2 = 113_8 = 4B_{16}$

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную систему счисления

При переводе числа из любой системы счисления в десятичную систему счисления нужно каждый символ этого числа умножить на основание системы счисления, в которой записано это число, в степени соответствующей положению символа в записи числа и все произведения сложить.

0	1	1	1
1	2	8	16
2	4	64	256
3	8	512	4 096
4	16	4 096	65 536
5	32	32 768	1 048 576
6	64	262 144	16 777 216
7	128	2 097 152	
8	256	16 777 216	
9	512		
10	1 024		

Например:

Разряды 3 2 1 0
Число $1\,0\,1\,1_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$

Разряды 2 1 0
Число $2\,7\,6_8 = 2 * 8^2 + 7 * 8^1 + 6 * 8^0 = 128 + 56 + 6 = 190_{10}$

Разряды 2 1 0
Число $1\,F\,3_{16} = 1 * 16^2 + 15 * 16^1 + 3 * 16^0 = 256 + 240 + 3 = 499_{10}$

1) переведём число 101100, 101_2 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления:

$$101100,101_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} =$$
$$= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 0 + 0,5 + 0 + 0,125 = 44,625_{10}$$

2) переведём число 375, 624_8 из восьмеричной системы счисления в десятичную систему счисления:

$$375,624_8 = 3*8^2 + 7*8^1 + 5*8^0 + 6*8^{-1} + 2*8^{-2} + 4*8^{-3} =$$
$$= 192 + 56 + 5 + 0,75 + 0,03125 + 0,00781835938 = 253,78906835938_{10}$$

3) переведём число ACF, $5D_{16}$ из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную систему счисления:

$$ACF,5D_{16} = 10*16^2 + 12*16^1 + 15*16^0 + 5*16^{-1} + 13*16^{-2} =$$
$$= 2560 + 192 + 15 + 0,3125 + 0,050775 = 2767,363275_{10}$$

Сводная таблица переводов целых чисел из одной системы счисления в другую

Рассмотрим только те системы счисления, которые применяются в компьютерах — *десятичную, двоичную, восьмеричную* и *шестнадцатеричную*.
Для определенности возьмем произвольное десятичное число, например 46, и для него выполним все возможные последовательные переводы из одной системы счисления в другую.

Сводная таблица переводов целых чисел

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
1	10→2 46 | 2 0 23 | 2 1 11 | 2 1 5 | 2 1 2 | 2 0 1 Ответ: $10111C_2$	5	2→10 $1\,0'\,1\,1\,0_2 = 2^5+2^3-2^2+2^1 =$ $= 46_{10}$ Ответ: 46_{10}
		6	2→16 $1C1110_2 = 10\,'110_2 = 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$
		7	8→2 $56_8 = 101\ 1'0_2$ Ответ: 101110_2
2	10→8 46 | 8 6 5 Ответ: 56_8	8	8→10 $5\,6_8 = 5*8^1+6*8^0 = 40+6 =$ $= 46_{10}$ Ответ: 46_{10}
		9	8→16 $5\,6_8 = 101\ 110_2 = 10\,'110_2 =$ $= 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$

Дополнительно

Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную систему счисления

При переводе числа из двоичной системы счисления в восьмеричную систему счисления, нужно это число влево и вправо от запятой разбить на триады символов (группы по три символа) и каждую триаду записать в виде символа восьмеричной системы счисления. В том случае, если крайняя левая или правая триады получаются неполными, нужно в этих триадах слева добавить недостающее количество до полной триады нулей.

Например, переведём число 1101111100, 11100111_2 в восьмеричную систему счисления.

$$\mathbf{110111100,1100111_2 = \underbrace{001}_{1}\underbrace{101}_{5}\underbrace{111}_{7}\underbrace{100}_{4},\underbrace{111}_{7}\underbrace{001}_{1}\underbrace{011}_{3}_2 = 1574,713_8}$$

Перевод чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную систему счисления

При переводе числа из восьмеричной системы счисления в двоичную систему счисления, нужно каждый символ этого числа записать в виде триады символов двоичной системы счисления. В том случае, если при записи очередного символа триадой, триада получается неполной, нужно в этой триаде слева добавить недостающее количество до полной триады нулей.

Например, переведём число 6374, 25_8 в двоичную систему счисления.

$$6374,25_8 = \underbrace{110}_{6}\underbrace{011}_{3}\underbrace{111}_{7}\underbrace{100}_{4},\underbrace{010}_{2}\underbrace{101}_{5}_2$$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления

При переводе числа из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную систему счисления, нужно это число влево и вправо от запятой разбить на тетрады символов (группы по три четыре) и каждую тетраду записать в виде символа шестнадцатеричной системы счисления. В том случае, если крайняя левая или правая тетрада получаются неполными, нужно в этих тетрадах слева добавить недостающее количество до полной тетрады нулей.

Например, переведём число 1101111100, 11100111_2 в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\mathbf{110111100,1100111_2 = \underbrace{0011}_{3}\underbrace{0111}_{7}\underbrace{1100}_{C},\underbrace{1110}_{E}\underbrace{0111}_{7}_2 = 37C,E7_{16}}$$

Перевод чисел из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему счисления

При переводе числа из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему счисления, нужно каждый символ этого числа записать в виде тетрады символов двоичной системы счисления. В том случае, если при записи очередного символа тетрадой, тетрада получается неполной, нужно в этой тетраде слева добавить недостающее количество до полной тетрады нулей.

Например, переведём число AEC2, $3B_{16}$ в двоичную систему счисления.

$$\mathbf{AEC2,3B_{16} = \underbrace{1010}_{A}\underbrace{1110}_{E}\underbrace{1100}_{C}\underbrace{0010}_{2},\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1011}_{B}_2}$$

Двоичная арифметика

Сложение чисел в двоичной системе счисления

Таблица сложения двоичных чисел

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10

Когда производится сложение 1+1, происходит перенос в старший разряд.

Например, рассмотрим несколько примеров сложения двоичных чисел:

```
 1001      1101      11111     1010011,111
+         +         +         +
 1010      1011         1       11001,110
 ------    ------    --------  -----------
10011     11000     100000    1101101,101
```

Вычитание чисел в двоичной системе счисления

Таблица разности двоичных чисел

0 - 0 = 0
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0
10 - 1 = 1

Используя это правило, можно проверить правильность произведенного выше сложения вычитанием из полученной суммы одного из слагаемых. При этом, чтобы вычесть в каком-либо разряде единицу из нуля, необходимо «занимать» недостающее количество в соседних старших разрядах (так же, как в десятичной системе счисления поступают при вычитании большего числа из меньшего).

Например, рассмотрим несколько примеров вычитания двоичных чисел:

```
10111001,1-10001101,1=101100,0

101011111-110101101= -1001110

  10111001,1          110110101
 -                   -
  10001101,1          101011111
 -------------       ------------
  00101100,0          001010110
```

Умножение чисел в двоичной системе счисления

Таблица умножения двоичных чисел

1 * 0 = 0
0 * 1 = 0
0 * 0 = 0
1 * 1 = 1

Например, перемножим числа **11111_2** и **101_2**

```
      11111
   *    101
   ---------
      11111
+    00000
    11111
   ---------
   10011011
```

Деление чисел в двоичной системе счисления

Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в десятичной системе счисления.

Например, рассмотрим пример деления двоичных чисел:

```
101000101:1101=11001

   101000101  1101

 -  1101       11001

     1110

    -1101

       1101

      -1101

          0
```

Произвести арифметические действия:

a). 11011101 + 10101110

b). 11011 - 01110

c). 100011 * 11

d). 1000001 / 101

Методические рекомендации по выполнению практической работы

Тема Системы счисления. Двоичная арифметика.
Цель Закрепление на практике знаний по теме.
Практическая часть пройти электронное тестирование по пройденному материалу.
Критерии оценки:

При разработке тестовых заданий использовались следующие формы заданий:

– задания с выбором одного из 3-5 ответов,
– задания на соответствие,
– задания с выбором нескольких из 5 ответов,
– задания на ввод правильного ответа

Время тестирования составляет до 40-45 минут, время ответа на одно тестовое задание – до 1 – 1,5 минуты.

Справочная таблица по переводу данных тестирования в пятибалльную систему:

Критерий	Балл
81% - 100%	**5 (отлично)**
56% - 80%	**4 (хорошо)**
35% - 55%	**3 (удовлетворительно)**
менее чем на 34%	**2 неудовлетворительно)**

Используемая литература:

1. Гаврилов, М. В. Информатика и информационные технологии: учебник для СПО / М. В. Гаврилов, В. А. Климов. — 4-е изд., пер. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 383 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03051-8. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/1DC33FDD-8C47-439D-98FD-8D445734B9D9.
2. Трофимов, В. В. Информатика в 2 т. Том 1: учебник для СПО / В. В. Трофимов; под ред. В. В. Трофимова. — 3-е изд., пер. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 553 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-02518-7. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/87EC2130-3EBB-45B7-B195-1A9C561ED9D9.

1). Трофимов, В. В. Информатика в 2 т. Том 2: учебник для СПО / В. В. Трофимов; отв. ред. В. В. Трофимов. — 3-е изд., пер. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 406 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-02519-4. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/14FE5928-69CF-41EC-A00B-3979EC8273C8.